

LAS COMPETENCIAS MATEMÁTICAS GENÉRICAS DE LOS EGRESADOS DE LA EDUCACIÓN SUPERIOR

Aportes de José Luis Villaveces, discutidos con José Rafael Toro,
al trabajo

Diciembre de 2008

CONTENIDO

| | |
|---|----|
| Preámbulo..... | 3 |
| De lo irracional en las competencias | 3 |
| Dos vías para abordar las competencias..... | 5 |
| A) Como saber instrumental..... | 6 |
| A1. Como saber instrumental propio y típico de cada profesión. | 6 |
| A2. Como saber instrumental genérico y necesario para cualquier profesional del siglo XXI. .. | 6 |
| B) Como parte integral de nuestra cultura..... | 8 |
| B1. Un lenguaje austero y rico..... | 8 |
| B2. Entre el mundo de la vida y el mundo de la verdad y de la esencia..... | 9 |
| Medir es cosa seria | 10 |
| Forma, Norma y Conflicto | 11 |
| La trama de la vida | 12 |
| Y lo demás.... | 13 |

Preámbulo

De lo irracional en las competencias

De acuerdo con la tradición, sobre la puerta de la Academia de Platón se veía la leyenda: "*El que no sepa geometría, que no entre en esta casa*". Sea o no cierta la leyenda, Platón con seguridad consideraba el aprendizaje de las matemáticas como esencial para la formación del pensamiento.

En su libro "La República", Platón dice que la enseñanza de la aritmética debe ser obligatoria:¹ También distingue entre Aritmética y Geometría pues, luego de haber convencido a su interlocutor de que la aritmética debe ser la primera de las ciencias, argumenta que la segunda debe ser la geometría². Queda la duda, después de veinticinco siglos, de si la famosa inscripción en la puerta de la Academia se refería a todas las matemáticas o sólo a la segunda de ellas, la Geometría.

La duda no es menor, los pitagóricos habían tratado de aritmetizar la geometría y no habían podido. Cuando encontraron que la diagonal y el lado del cuadrado no se podían medir con las mismas unidades y que había, por lo tanto, números "irracionales", les pareció escandaloso. *Alogon* en griego, como irracional en español, tiene dos sentidos. En sentido restringido, *logos* quiere decir "proporción", "relación calculable". *Alogon* es entonces la clase de magnitudes que no tienen medida común. En un sentido más general, *alogon* es lo que no se puede explicar ni comprender por medio de la razón, lo irracional en sentido fuerte. Encontrar magnitudes tan familiares como la diagonal y el lado de un cuadrado que no eran conmensurables, resultaba irracional, escapaba a la razón.

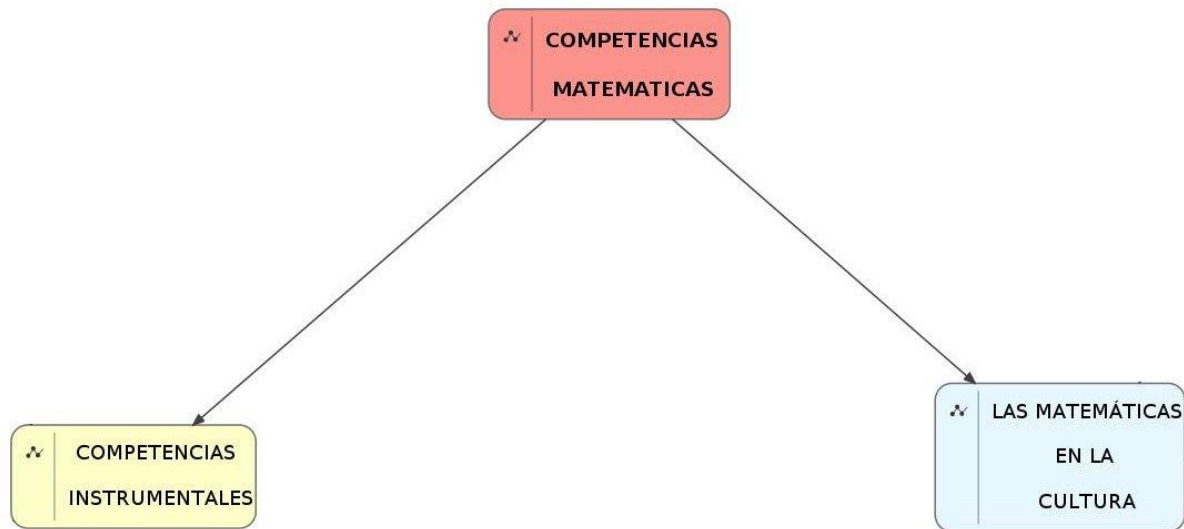
Cuando, en "Las Leyes", Platón se pregunta por las nociones de justicia e igualdad, razona que hay dos clases de igualdad, "una de ellas es la igualdad de medida, peso o número" (es decir, la igualdad numérica o aritmética), pero la verdadera y la mejor igualdad es la que distribuye más a los mayores y menos a los más pequeños, dando a cada uno la medida debida, de acuerdo con su naturaleza. Es decir, la justicia que "distribuye a cada uno lo apropiado, de acuerdo con el principio de las proporciones (rationales). Y es esto precisamente lo que llamaremos <<justicia política>>".

Estas viejas cuestiones están totalmente al orden del día en nuestra época. La filosofía de los

-
- 1 [RepVII, 525 "Convendrá por tanto, Glaucón, imponer esta enseñanza por medio de una ley y convencer a los que deban ocupar los puestos de gobierno en la ciudad para que desarrollen su gusto por la ciencia del cálculo, pero no de una manera superficial, sino hasta alcanzar la contemplación de la naturaleza de los números sirviéndose de la inteligencia. Porque aquella no es de uso exclusivo de los comerciantes y chararileros, ni se ciñe tan solo a las compras y a las ventas, sino que puede aplicarse a la guerra y facilitar una vuelta del alma misma al mundo de la verdad y de la esencia".].
- 2 [Rep VII, 526, "Ahora tendremos que considerar si nos conviene la ciencia que sigue a esta.
-¿Cuál es? ¿Te refieres -preguntó- a la geometría?
-Tú lo has dicho, -contesté.-
- Creo que sí nos interesa –afirmó en cuanto tenga relación con las cosas de la guerra. Mucho diferirá el geómetra del que no lo es al disponer los campamentos de un ejército, o la toma de posiciones, o las concentraciones, o los despliegues de hombres, o cualesquiera de estas maniobras que realicen las tropas en el campo de batalla o en una simple marcha. .
(...)
- ¿No querrás convenir aún en lo que voy a decir?
- ¿En qué?
- En que esta es una ciencia del conocimiento del ser, pero no de lo que está sujeto a la generación y la muerte.
- Conforme en todo con ello –dijo- pues sin duda la geometría es una ciencia de lo que siempre es.
- Por tanto, mi buen amigo, conducirá al alma hacia la verdad y dispondrá la mente del filósofo para que eleve su mirada hacia arriba en vez de dirigirla a las cosas de abajo, que ahora contemplamos, sin deber hacerlo."

Derechos Humanos ha evolucionado desde las ideas de Libertad, Igualdad y Fraternidad de la Revolución Francesa hasta los problemas de Equidad y Diversidad que dejan atrás la igualdad numérica simple y se plantean (o replantean) el problema de la justicia política, el de dar a cada uno lo apropiado, el de las proporciones y el uso de la razón en la distribución. Se presenta de nuevo el viejo problema ¿puede toda proporción ser racional? Pregunta que da de lleno en el corazón del tema de las competencias matemáticas pues, mucho más allá de su enorme capacidad operativa, de su eficiencia como instrumento del cálculo y la modelación, las matemáticas están en el centro de nuestra cultura, de la igualdad, de la proporcionalidad, de la compulsión racional. Por esto, más allá del saber operacional que cada profesional debe tener en su campo respectivo, es indispensable que incorpore una cierta proporción del conjunto de esa cultura.

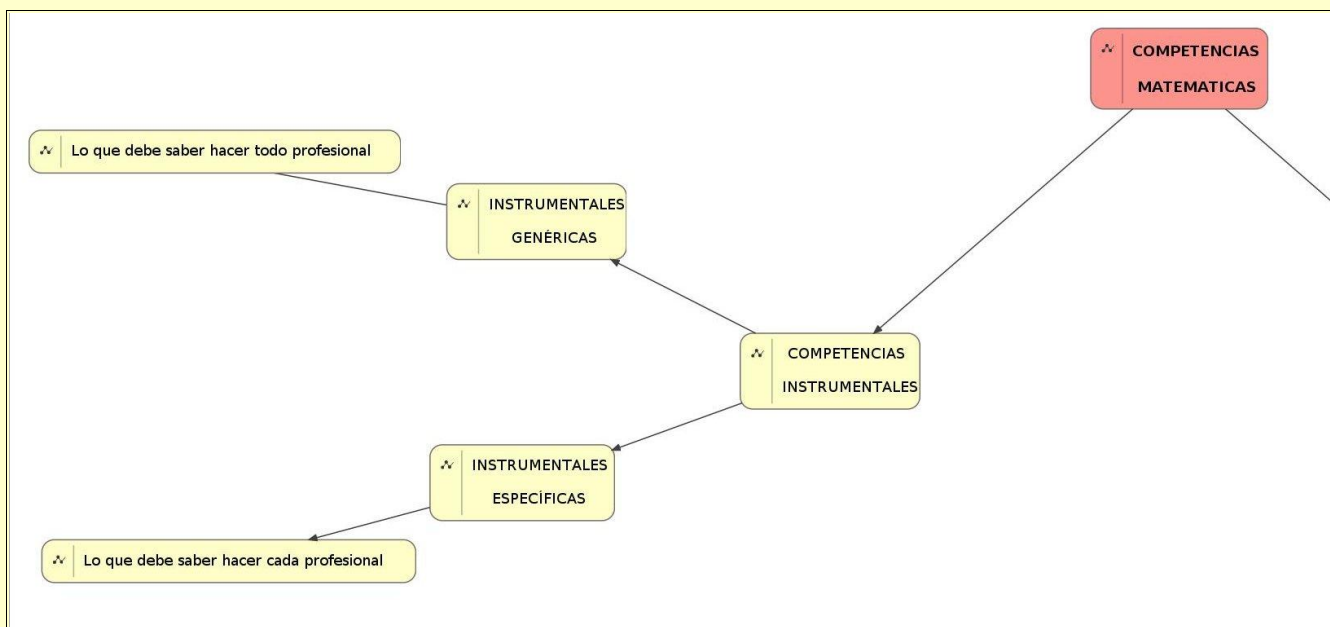
Parafraseando a Platón, las matemáticas no son de uso exclusivo de ingenieros y economistas, ni se ciñen tan solo a la contabilidad y las estadísticas, sino que pueden aplicarse a la vida "*y facilitar una vuelta del alma misma al mundo de la verdad y de la esencia*".



Dos vías para abordar las competencias.

Hay dos vías para abordar las competencias básicas en matemáticas para todo egresado de la educación superior colombiana a comienzos del siglo XXI:

- A) Como saber instrumental
- B) Como parte integral de nuestra cultura.



A) Como saber instrumental

Difícilmente puede alguien dudar de lo importante de las matemáticas en tanto saber instrumental. Aún en este caso cabe distinguir dos niveles al definir las competencias matemáticas: las competencias instrumentales específicas, que se refieren a lo que cada egresado de la educación superior, según su profesión o disciplina, debe saber hacer con las matemáticas y las genéricas que se refieren a lo que todo egresado de la educación superior, independientemente de su profesión o disciplina, debe saber hacer con las matemáticas.

A1. Como saber instrumental propio y típico de cada profesión.

En este punto no hay duda. Cada profesión tiene su propio contenido curricular de matemáticas: las ingenierías mucho cálculo, ecuaciones diferenciales y álgebra lineal, la economía mucha estadística y matemática finita, la física está enteramente fundada sobre la física matemática, etc.

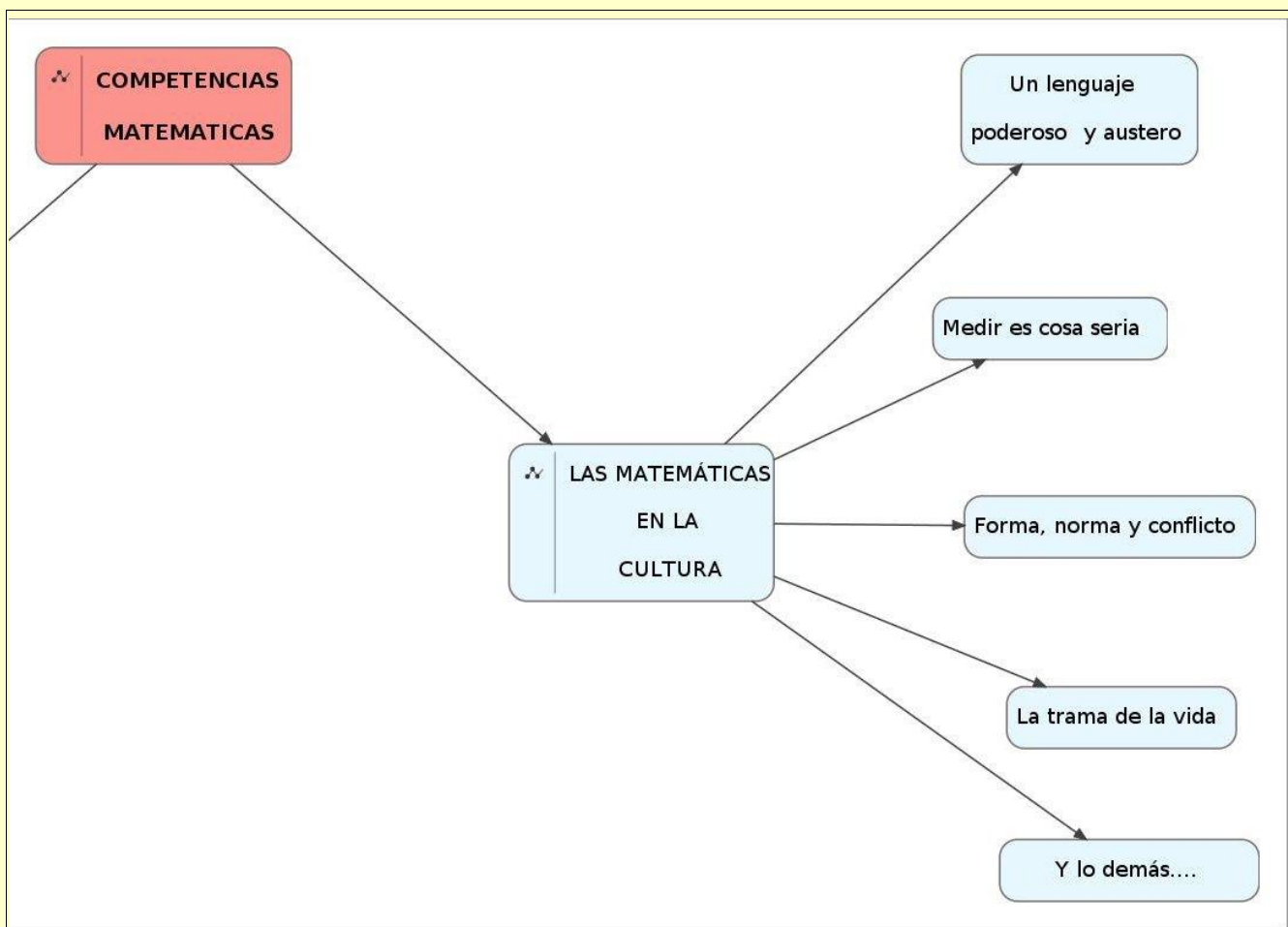
A2. Como saber instrumental genérico y necesario para cualquier profesional del siglo XXI.

Además del saber matemático instrumental de cada profesión, las competencias básicas de un profesional de nuestro tiempo incluyen una cantidad de habilidades del orden matemático, la mayoría de las cuales debe tener quien ingresa a la educación superior, pero es razonable exigir al profesional que se desenvuelva en ellas con más habilidad y facilidad que el bachiller. Estas competencias incluyen³:

- La habilidad para encontrar patrones,
- La facilidad para hacer conjeturas y someterlas a prueba,
- La capacidad de abstraer y encontrar las estructuras escondidas en muchas situaciones

³ <http://www.universityofcalifornia.edu/senate/reports/mathcomp.html>

- La capacidad de construir modelos de diferentes sistemas físicos y sociales
- La habilidad de usar distintos tipos de tecnologías matemáticas, tales como calculadoras, calculadoras gráficas y computadores. Deben usarlas con eficiencia y con comprensión de su funcionamiento y principios básicos. Especialmente deben tener claridad sobre cuándo será útil su uso y cuándo no.
- La facilidad de leer distintos tipos de gráficas, estadísticas, notaciones científicas, logarítmicas, etc.
- Una comprensión del manejo espacial, que incluya la capacidad de leer mapas , la de comprender gráficas tridimensionales y un manejo de las nociones fundamentales de la perspectiva y la geometría proyectiva.
- La capacidad de entender a grandes rasgos procesos de carácter algorítmico, y de poder entender algo de código básico.
- La capacidad de entender terminología y conceptos probabilísticos generales.



B) Como parte integral de nuestra cultura

Es tal vez este el punto central de las competencias matemáticas indispensables para nuestro egresado de la educación superior al comenzar el siglo XXI.

B1. Un lenguaje austero y rico

Se suele pensar en las matemáticas como la ciencia de los números y del espacio, de la medida y lo cuantitativo; sin embargo, con más propiedad, las matemáticas pueden ser vistas como una forma de lenguaje que tiene sobre todos los demás lenguajes humanos la enorme ventaja de dirigirse al contenido más abstracto de las ideas y dejar, por lo tanto, de lado, las connotaciones, los dobles sentidos, los sobreentendidos. Debido a esto, tal vez no puede usarse este lenguaje para hacer poesía⁴, pero sí es el más apropiado cuando nos colocamos al otro extremo del espectro de la

⁴ Aunque, como señalaba Russell, la belleza de la fórmula de Euler: $e^{2\pi i}=1$ sobrepasa la de muchos poemas: lo fundamental de la matemática y el pensamiento abstracto están en ella: la unidad, fundamento de todo, el número 2, el doble de la unidad, fuente de los pares y de las simetrías, el número π , el gran descubrimiento de los griegos, el primero de los números trascendentales, el i , la escandalosa raíz cuadrada de un número negativo y la e , la base de los logaritmos naturales, la reina del cálculo infinitesimal, la función que es su propia integral, reunidos en una sencilla igualdad. Este es el tipo de belleza austera a la que se refería Einstein cuando afirmaba que una ley natural no sólo debe ser verdadera; sobre todo debe ser bella.

comunicación y buscamos no la expresión de sentimientos y emociones, sino el intercambio de información sobre lo más objetivo y concreto que tratamos de comunicar. Por esto mismo, las matemáticas son un lenguaje universal, probablemente el más económico de los lenguajes y uno especialmente apropiado para formular teorías en las ciencias naturales y las económico-administrativas. También es el lenguaje que subtiende la teoría musical.

Esto ya hace pensar en una competencia cultural profunda: este lenguaje general y la capacidad de comunicación en él deberían ser dominados hasta cierto punto por todos los egresados de la educación superior. Esto implica el manejo de algunas de las técnicas matemáticas que enumerábamos arriba, pero va mucho más allá: a la interiorización de cierta manera de pensar. Quienes aprenden una segunda lengua saben que en los primeros estadios uno continúa pensando en la lengua propia y traduciendo a la segunda. Después de un tiempo, especialmente cuando se ve uno forzado a vivir la vida cotidiana en la segunda lengua, como sucede a los niños que estudian en colegios bilingües o a quienes viajan a otro país, se comienza a pensar en la segunda lengua cuando se habla en ella y en la materna cuando se recupera su uso. En estas circunstancias, incluso es difícil traducir. Algo así es lo que queremos expresar. El profesional debe tener la facilidad de pensar en la lengua de las matemáticas cuando lo requiera. Esto va más allá de saber leer una gráfica o una estadística y traducirla al español, es una forma de pensamiento más abstracto, más riguroso, más económico y más austero que el que usa cotidianamente cuando piensa en su lengua materna.

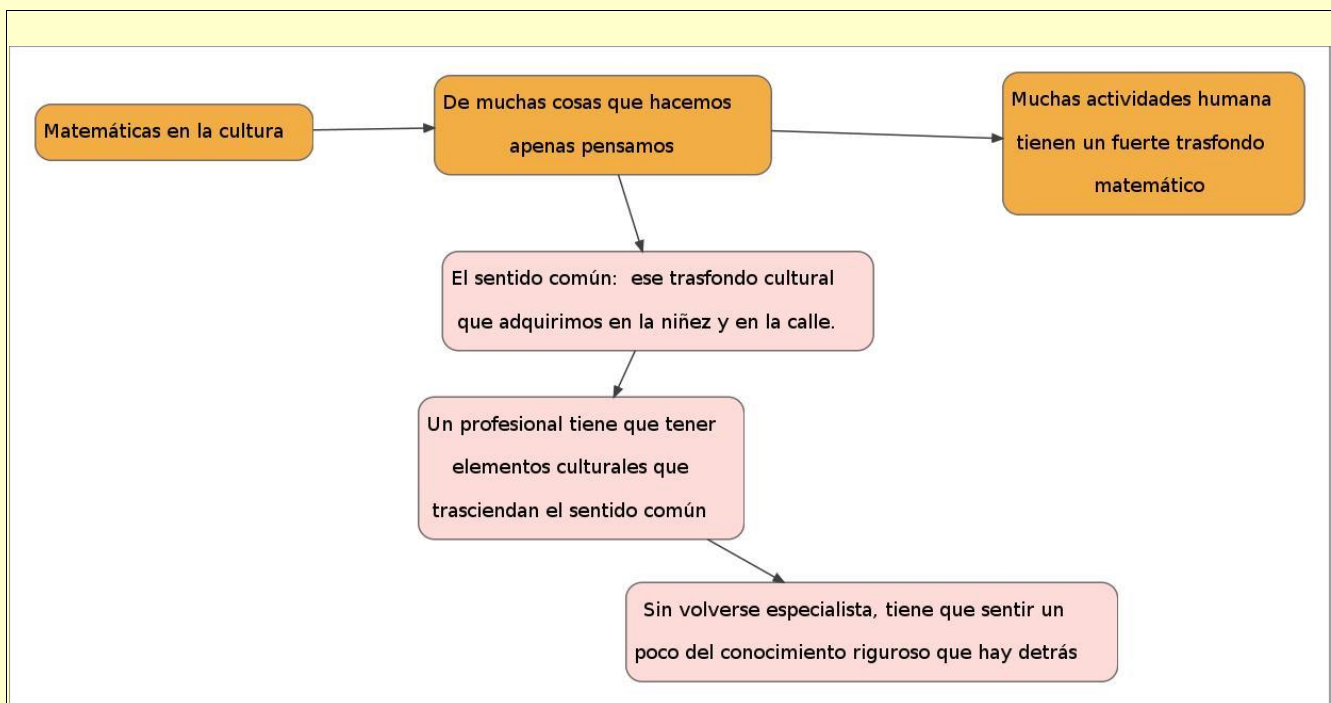
No estamos diciendo que sea un pensamiento mejor ni peor que el rico pensamiento lleno de subjetividades y de dobles sentidos de la vida cotidiana. Estamos diciendo que es un pensamiento rico y poderoso y que todo egresado de la educación superior debería haberse apropiado de él, haber desarrollado las competencias de pensamiento y comunicación, sin por eso abandonar otras formas de pensamiento –o de lenguaje– más familiares y convenientes en ámbitos particulares.

B2. Entre el mundo de la vida y el mundo de la verdad y de la esencia

Evidentemente, no utilizaríamos en nuestros días la expresión usada por Platón, *“el mundo de la verdad y de la esencia”*. Sin embargo, queremos dar una idea parecida, que podría expresarse como *“el mundo de lo formal y de lo abstracto”*⁵.

El punto es que entre el mundo de la vida, en el que nos movemos a diario guiados por el sentido común, por intuiciones relativamente inmediatas y por la destreza en el uso de las habilidades que más utilizamos y mejor manejamos, por un lado y, por otro lado, el mundo de lo formal y abstracto que concentra los resultados mejor establecidos y más formalizados después de dos o tres mil años de civilización, hay un inmenso terreno. El “hombre de la calle”, el “ciudadano corriente” o como quiera llamárselo, está cerca del mundo de la vida así descrito y se mueve con abstracciones y generalizaciones de bajo nivel, que desconocen y desaprovechan una gran parte del inmenso acervo cultural de la humanidad. El egresado de la educación superior debería haber asimilado una parte adicional de ese acervo y, sin que queramos decir que tenga que haberse vuelto un erudito o un especialista en sistemas formales, sí debería saber de su existencia, entender el valor que pueden aportar los especialistas y moverse en un nivel un poco más alto que el del hombre de la calle, un poco más en la dirección de esa formalización y de esa utilización del tesoro cultural de la humanidad.

5 Para este aparte nos apoyamos en el libro de Saunders MacLane *“Mathematics, Form and Function”*, Springer, 1986.



Unos ejemplos pueden ayudar a expresar lo que queremos decir.

Medir es cosa seria

La noción de medida viene de la operación cotidiana de comparación de conjuntos. ¿Quién tiene más gallinas, mi vecino o yo? Una forma fácil de resolver la cuestión es hacer salir las gallinas una por una. Sale una mía y sale una de mi vecino. Sale la segunda mía y la segunda de mi vecino y así sucesivamente hasta que uno de los dos corrales se agote; aquel que tenga gallinas todavía sería el que tenía más. Luego de esa operación elemental, se comienza a construir conjuntos de referencia, por ejemplo, los dedos de mi mano. Si en mi mano hay más dedos que gallinas en mi corral, mientras que hay tantos dedos como gallinas en el corral de mi vecino, pues él tiene más gallinas que yo. El uso de los dedos como conjunto de referencia y el darles nombres propios a ellos: uno, dos, tres, ... es un paso en la dirección de la abstracción.

La medida se vincula no sólo con el número de elementos de un conjunto, sino también con la noción de extensión. ¿Cuál lote es mayor, el mío o el de mi vecino? Los recorro dando pasos. Ahora estoy comparando el número de pasos para recorrer mi lote con el número de pasos para recorrer el del vecino. Es más abstracto, porque debo tener la noción de número y la noción de paso. Quien haya tratado de medir un lote de esta manera, habrá enfrentado el problema de tener un “paso-patrón”, es decir, de tratar de que todos los pasos sean idénticos tanto los que recorren mi lote como los que recorren el del vecino. Generalmente no se logra eso y se recurre a una vara patrón. Tomamos una vara, el vecino y yo y colocamos sobre el suelo la vara, marcamos las dos puntas, luego la desplazamos de manera que la punta quede ahora donde terminaba antes la vara y así sucesivamente. Hemos dado un paso más hacia la abstracción y hacia la construcción de la noción de medida. Las medidas vienen de estas operaciones, pero se han desarrollado en la construcción de protocolos cada vez más cuidadosos y de patrones internacionales, el patrón de metro o el patrón de segundo son hoy medidas sofisticadas⁶.

⁶ La definición de patrones implica procesos políticos y tecnológicos. Los más usados hoy vienen de la Revolución Francesa. Los franceses impusieron el Sistema Métrico Decimal y definieron el metro como un diez-millonésimo de la

Desde esos inicios elementales hasta la teoría de los conjuntos con topologías métricas bien definidas, hay un inmenso camino recorrido para pulir la noción de medida. Se han establecido acuerdos internacionales, se han generado oficinas de pesos y medidas, se han dirimido disputas internacionales, se han impuesto, desimpuesto y reimpuesto sistemas oficiales. Se ha desarrollado la teoría de conjuntos, la noción de métrica y de topología y hoy contamos con definiciones rigurosas de lo que es la medida como función definida sobre un conjunto.

El egresado de la Educación Superior en Colombia debe tener competencias que le permitan asimilar y usar una parte importante de esas formalizaciones. No puede estar simplemente al nivel intuitivo y del sentido común⁷.

Forma, Norma y Conflicto

La presentación de las matemáticas es formal: los cálculos se hacen siguiendo reglas específicas fijadas por adelantado; las pruebas se desarrollan mediante reglas de inferencia predeterminadas a partir de axiomas previamente aceptados; los conceptos nuevos se introducen en el corpus teórico mediante definiciones que no conllevan ambigüedad; los errores y los desacuerdos se transan no por disputas o balances de poder, sino apelando a reglas aceptadas previamente por todas las partes⁸.

Es característico de los procedimientos formales que no hagan referencia al significado o a la aplicación; sólo a la forma. El formalismo puede ser imperfecto pero es perfectible. Debido a estas características, las matemáticas son precisas e independientes de las personas⁹. Lo formal puede ser calificado con claridad, sin ambigüedad y se desarrolla en etapas sucesivas. La austeridad de la matemática es su fortaleza.

¿Por qué lo presentamos así? Son muchísimas las oportunidades en que nos vemos abocados a la resolución de conflictos. En muchas ocasiones las partes que entran en conflicto aceptan las mismas reglas básicas (la misma constitución, los mismos códigos, un común estatuto, etc.) y manejan las reglas lógicas de inferencia, pero al calor del diferendo se olvida que, en realidad, nos movemos en sistemas formales en los que podrían transarse las disputas fácilmente concentrándonos en las formas.

El egresado de la educación superior debería tener, en un grado mayor que el ciudadano de la calle, la habilidad de concentrarse en las reglas mutuamente aceptadas y en el uso de los procedimientos formales que permitirían manejar muchos diferendos apelando a la estructura formal antes que al poder y la fuerza.

distancia entre el ecuador y el polo norte medido sobre el meridiano que pasa por París. Esto correspondía a una idealización, pues la medición habría debido efectuarse exactamente al nivel del mar en todo el trayecto, eliminando las sinuosidades del terreno. Para tener algo más realista, construyeron una barra en la que hicieron dos marcas que buscaron imponerse como el metro-patrón. En 1875 cambiaron la barra por una de platino-iridio con menos posibilidades de deformarse. Para esa época ya existía el International Bureau of Weights and Measures y acuerdos internacionales para definir el metro. Hoy, se usa la definición adoptada por la conferencia de Ginebra sobre Pesos y Medidas y el metro es la distancia que viaja la luz en el vacío en $1/299,792,458$ segundos, si el tiempo es medido con un reloj atómico de Cesio-133.

7 En este sentido, inspiran ternura, o preocupación, profesionales que hablan de “medir” como si fuera solamente atribuir un número de cualquier manera a un conjunto de hechos. “Medir” la calidad de la educación, “medir” la calidad de los grupos de investigación, “medir” la competitividad de una nación o de una región son ejemplos frecuentes de estos usos superficiales de la noción de medir. Se asignan números sin tener patrones comunes bien definidos, sin tener protocolos cuidadosos de asignación, sin tener conjuntos de referencia claramente estipulados. Es decir, desconociendo siglos de formalización del acto de medir.

8 McLane op.cit. p. 410

9 Son una “ciencia del conocimiento del ser, pero no de lo que está sujeto a la generación y la muerte”, como decía Platón.

La trama de la vida

Muchas formas de arte en diversas culturas comienzan por un reconocimiento de la simetría. Simetrías de reflexión, de rotación o de traslación colman las artes plásticas de muchas civilizaciones.



Hermosas estructuras matemáticas relacionadas con la Teoría de Grupos se han desarrollado para hacer análisis formales de las múltiples simetrías, y el profesional debería tener competencias más allá de las del sentido común y avanzar en alguna medida hacia la comprensión más elaborada de la simetría. No sólo para apreciar el arte, también para entender la vida.

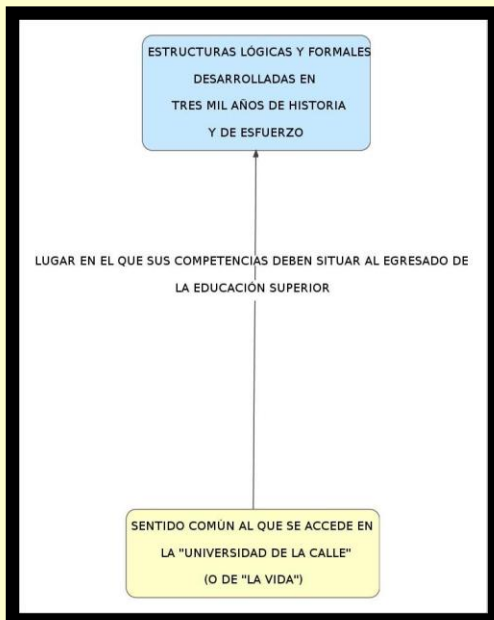
En la literatura se dan también con frecuencia formas de simetría. De manera ingenua reconocemos en los cuentos de hadas a la bruja buena y la bruja mala, a la niña rica y la niña pobre. La literatura más elaborada genera patrones de simetría mucho más complejos, en que ricos y pobres, buenos y malos, hombres y mujeres, se entrelazan generando complicados patrones que recuerdan mejor la complejidad de la vida.

Las técnicas de análisis estructural de los relatos han hecho uso de la Teoría de Grupos y del análisis matemático de la simetría para desestructurar los relatos y encontrar su riqueza escondida en reflexiones mucho más complejas que la paridad elemental bueno-malo.

Así como es de esperarse que un egresado de la educación superior tenga la capacidad de apreciar

literatura más compleja que los cuentos de hadas o las series de televisión elementales fundadas sobre la dicotomía bueno-malo, también es importante que maneje la capacidad de deconstruir las historias de la vida apreciando simetrías más complejas en los eventos cotidianos, no sólo, como se dice popularmente, para encontrar que “no todo es blanco y negro, sino que entre ellos hay toda la gama de grises”, sino para descubrir que la vida es multidimensional y rica y profundas dicotomías y toda suerte de simetrías se entrelazan en los hechos sociales y humanos.

Y lo demás....



Los ejemplos anteriores han tratado de ilustrar la idea de que el egresado de la educación superior debería haber asimilado una parte adicional del acervo cultural de la humanidad y, sin llegar a ser un erudito o un especialista en sistemas formales, sí debería saber de su existencia, entender el valor que pueden aportar los especialistas y moverse en un nivel un poco más alto que el del hombre de la calle, un poco más en la dirección de esa formalización y de esa utilización del tesoro cultural de la humanidad.

Podrían citarse muchos otros ejemplos, pero no sería pertinente, pues no se trata de presentarlos sino de ilustrar la idea general de que las matemáticas, además de la enorme fuerza como saber instrumental que tienen, forman parte de nuestra cultura racional y la competencia básica esencial es esa asimilación de la cultura.

