LAS MATEMÁTICAS: FUNDAMENTO DE DISCIPLINAS Y PROFESIONES

JOSÉ RAFAEL TORO

……La Filosofía está escrita en ese gran libro del universo, que se está continuamente abierto ante nosotros para que lo observemos. Pero el libro no puede comprenderse sin que antes aprendamos el lenguaje y alfabeto en que está compuesto. Está escrito en el lenguaje de las matemáticas y sus caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin las cuales es humanamente imposible entender una sola de sus palabras. Sin ese lenguaje, navegamos en un oscuro laberinto.

Galileo

Es en esta cita celebre de Galileo en la cual nos dice que la naturaleza esta escrita en el lenguaje de las matemáticas. Las matemáticas son ante todo un lenguaje que encuentra analogías entre objetos lógicos aparentemente disímiles. Un teorema matemático es la *demostración lógica* de que dichos objetos disímiles están conectados de alguna manera. A esta capacidad de conectar conceptos mediante las reglas de la lógica se le puede llamar *análisis*, y es justamente esta capacidad de análisis que entraña las matemáticas lo que le ha convertido en una poderosa herramienta cuando se intenta usar para describir fenómenos de la naturaleza inanimada, pero mas recientemente de la biología, de la relaciones sociales o de los negocios. Este texto pretende dar algunos ejemplos significativos de la manera como la cita de Galileo en la cual le atribuye a las matemáticas la propiedad de ser el lenguaje de la naturaleza, quizás deba entenderse en un sentido más amplio que el que el propio Galileo imaginaba en su momento.

La relación entre la Física y las Matemáticas es paradigmática. Durante varios siglos han operado en dialogo permanente, en la cual la una provee el lenguaje con la cual la otra plasma sus leyes, como lo advirtió Galileo desde el siglo XVII. Basta dar dos ejemplos de esta relación para apreciar el dialogo. El cálculo diferencial e integral de Newton (y Leibnitz) fue concebido para escribir con precisión las leyes de movimiento (también de Newton). Allí nació la Mecánica Clásica como la entendemos hoy, la cual ha dado fundamento a innumerables capítulos de la Ciencia y la Ingeniería. En las primera décadas del siglo XX, el estudio de los fenómenos atómicos y subatómicos , tuvo que apelar de manera casi inmediata a una parte importante de las matemáticas conocidas para poder plasmar el comportamiento completamente contra intuitivo que seguía la naturaleza en esas dimensiones. De esta manera se consolidó la Mecánica Cuántica, una de las componentes más importantes de la Física contemporánea, pero a su vez una de las disciplinas más fuertemente ancladas a una sólida y compleja estructura matemática.

La ingeniería que opera manipulando la naturaleza para producir sus diseños y procesos que conocemos como tecnología, si bien heredó la relación que se había establecido entre las ciencias físicas y las matemáticas, lo hizo con un retraso en el tiempo. La ingeniería nació como un oficio, en el cual se trasmitían conocimientos técnicos empíricos de generación en generación - el diseño de las catedrales son un ejemplo maravilloso de esta cultura tecnológica - . Era una disciplina que mejoraba sus diseños por la vía del experimento cada vez más sistemático, lo cual ya conllevaba algún uso primitivo de las matemáticas. La explosión de la Mecánica Clásica de Newton - y posteriormente del Electromagnetismo del Siglo XIX- que hablaba de prácticamente todo aquello de lo que se ocupaba el oficio de la ingeniería, lentamente comenzó a convertirse en un soporte para el diseño en Ingeniería. Ya para finales del siglo XIX los textos que tenían que estudiar los Ingenieros en Resistencia de Materiales o Hidráulica, eran textos de Física Aplicada y como tal estaban escritos en el lenguaje de las matemáticas del cual hablaba Galileo.

La ingeniería no es una disciplina consagrada a determinar principios de la naturaleza. Más bien esta dedicada a usar dichos principio para producir tecnología que usa la sociedad. En una concepción ya madura de la Ingeniería, el ingeniero “calcula para hacer” y calcula a partir de modelos matemáticos. Sin embargo dicha posibilidad de cálculo hasta terminada la primera mitad del siglo XX se limito a modelos relativamente simples. Los que eran posibles a través de herramientas analíticas, en buena parte desarrollas para la Física del siglo XIX, o través de “maquinas calculadoras” muy primitivas. - Buena parte de la aerodinámica presente en la Segunda Guerra Mundial, se desarrolló con maquinas calculadoras como las que usaba un contador -. La segunda mitad del Siglo XX presenció un crecimiento exponencial de la capacidad de cálculo a través del computador como lo conocemos hoy. Se consolido lo que hoy llamamos el análisis numérico como una parte las matemáticas aplicadas que permite construir soluciones aproximadas de problemas matemáticos mediante el uso de herramientas de cálculo. El desarrollo de los llamados métodos numéricos refinaron el diseño en Ingeniería de manera también exponencial. Ese refinamiento es el producto de uso de modelos más complejos y precisos, que se enlazan con porciones mas sofisticadas de las matemáticas mismas. Para el siglo XXI podemos afirmar que no hay diseño de productos o procesos, ni optimización o control de estos, que no sean la consecuencia de un complejo modelo matemático-computacional. La ingeniería quedó indisolublemente atada a los computadores y a matemáticas.

Físicos y matemáticos, desde el descubrimiento de las Leyes de Movimiento y la Ley de la Gravitación de Newton se interesaron en el movimiento de varios cuerpos que interactúan mediante campos de fuerza entre ellos. La motivación por supuesto era el movimiento de nuestro sistema solar, pero particularmente interesante era el caso en el cual los cuerpos no están atraídos por un único cuerpo – el sol – mucho mayor que los demás, lo cual da pie a las ordenadas elipses que recorren los planetas o cometas. El llamado problema de 3 cuerpos o n-cuerpos, sin un “sol dominante”, se constituyo en un importante desafío para la ciencia y las matemáticas. Henry Poincare, matemático de finales del siglo XIX y principios del XX, en el proceso de trabajar el problema de los 3 cuerpos, dio nacimiento a un área de las matemáticas que hoy podríamos llamar teoría cualitativa – o global- de ecuaciones diferenciales. Su interés se concentraba en conocer propiedades asintóticas de las soluciones de ecuaciones de movimiento, mas que la integral tiempo a tiempo de dichas ecuaciones. Poincare ya presagiaba que ecuaciones en apariencia muy sencilla podían dar pie a comportamientos en el largo plazo muy complejos. Todo el siglo XX presencio avances en esta disciplina. Por ejemplo la Teoría Ergodica es una hija abstracta de las preocupaciones de Poincare, teoría que puso en evidencia la posibilidad de trayectoria muy complejas (ergódicas o mezclantes) de sistemas dinámicos. Sin embargo pareciera que estos resultados quedaban confinados al restringido mundo de los matemáticos puros.

En el año 1961 el metereólogo norteamericano Edward Lorenz en el estudio de modelos simplificados de clima, encontró computacionalmente que un conjunto de 3 ecuaciones ordinarias no lineales daban pie a un sorprendente comportamiento de largo plazo. Parecía que estaba presenciando una nueva forma de equilibrio, que no era estacionario, ni periódico; era algo de apariencia aleatoria si serlo, puesto que detrás de la dinámica no había más que 3 ecuaciones diferenciales ordinarias y un computador. Unos cuanto años de después Floris Takens, matemático holandés, dedicado a la Mecánica de Fluidos, bautizó este tipo de comportamiento como atractor extraño y en particular el atractor extraño de Lorenz se hizo famoso. Había nacido lo que hoy llamamos Sistemas Dinámicos Caóticos, caracterizados como sistemas dinámicos con comportamientos de largo plazo muy complejos – caóticos-, pero descritos por modelos deterministicos por lo general simples. Problemas de la Mecánica Clásica, en particular de la Mecánica de Fluidos y la Turbulencia fueron ejemplos sobresalientes de esta primera etapa de la Teoría del Caos. Sin embargo muy rápidamente se propago la idea de que muchos comportamientos físicos, biológicos, sociales o económicos que suponíamos simplemente aleatorios, podían encubrir un modelo determinístico, simple en su apariencia, pero muy complejo en la dinámica que alberga. En particular los años 80 presenciaron una cantidad abrumadora de ejemplos de sistemas caóticos provenientes de todas las disciplinas. Por esta misma época se fue consolidando una teoría que va mas allá, de la cual los sistemas caóticos solo son un ejemplo. Estamos hablando de los Sistemas Complejos Adaptativos. Los sistemas adaptativos son sistemas que procesan la información externa y dan pie a mecanismos de retroalimentación de manera tal que desarrollan sofisticados patrones de autoorganización. Al igual que los sistemas caóticos, el número de ejemplos de sistemas complejos adaptativos y la procedencia de dichos ejemplos es admirable. Centros de Investigación enteros como el Instituto Santa Fe en Nuevo México dedican sus mayores esfuerzos al estudio de sistemas complejos que ayudaran a entender desde sistemas físicos como los fluidos turbulentos, o el clima, hasta complejas dinámicas económicas o biológicas.

La teoría probabilidad nació como la aproximación de algunos matemáticos (Ej.: Fermat, Pascal...) al azar, en particular a los juegos de azar y como tal podría llamársele probabilidad de eventos discretos. Mientras tanto la estadística nació como una técnica para manejo de datos, en particular de naturaleza demográfica, aun cuando muy rápido termino por emplearse en Ciencias e Ingeniería. Hasta este punto la estadística se restringía a un carácter puramente descriptivo. Cómo presentar información y derivar algunas conclusiones sencillas de esa información. La teoría de probabilidad termino por convertirse en el fundamento matemático de la estadística moderna, cuando esta última hizo su transito de la estadística descriptiva a la estadística inferencial –como por ejemplo las llamadas "pruebas de hipótesis" - . Las ciencias sociales reconocieron, tanto en la estadística descriptiva, como en la inferencial una herramienta valida para el tratamiento de algunos de sus problemas, hasta el punto de que para muchos programas de Ciencias Sociales un curso de "metodología de la investigación" es un curso de estadística. Sin embargo la Economía fue la disciplina que llevó mas lejos el uso de la estadística en todas sus formas al entendimiento de fenómenos sociales y económicos. La Econometria, que es una pieza fundamental dentro del análisis económico, es una hija refinada de la estadística, que combina diversas herramientas matemáticas para la comprensión de eventos económicos dentro de un entorno en el cual las observaciones no responden a experimentos controlados. Hoy en día no podría entenderse el análisis económico sin un marco econométrico, ni podría prosperar un economista que no maneje estas herramientas.

Pero el estudio de problemas económicos ha sido fértil en auspiciar el nacimiento de otras disciplinas de las matemáticas aplicadas. Jugar a la ruleta o lo dados es puro azar; no media intervención alguna del apostador en el resultado. Jugar al Póker es distinto, el azar esta presente por supuesto, pero hay algún talento del jugador en la manera como usa la información para lidiar con el azar y su oponente. Con algo de metáfora y algo de realidad podría decirse que el Póker dio luz a lo que hoy se llama la Teoría de Juegos. Uno de sus pioneros, John Von Neumann - uno de los más grandes matemáticos del siglo XX – lo entendió así. Pero la teoría de juegos no estaba destinada a servir únicamente los juegos de azar, realmente se convirtió en una teoría fundamental para entender "cómo se portan los agentes de una sociedad cuando actúan en condiciones de competencia o cooperación". Esta definición quizás sobre simplificada de la teoría de juegos le abrió su camino dentro de la Economía en primera instancia -9 Premios Nobel de Economía son especialistas en Teoría de Juegos- pero también termino por extender su influencia a las Ciencias Políticas, a la Biología y a la Teoría de Sistemas y Organizaciones. En cualquiera de estas disciplinas en efecto tenemos "agentes de alguna forma de sociedad que compiten y cooperan". Como en otros casos el marco común de una teoría matemática ha llevado a que se den analogías muy valiosas entre disciplinas que enriquecen y fortalecen distintos saberes.

El mundo de los negocios siempre estuvo acompañado de algo de matemáticas. La aritmética muy seguramente nació para satisfacer necesidades de quienes comerciaban en las civilizaciones antiguas. Las llamadas matemáticas financieras, es decir las necesarias para interactuar de manera idónea en los mercados modernos, tienen sus raíces en principios generales de la economía. Sin embargo la complejidad creciente de los mercados, dentro de los cuales "el riesgo se ha convertido en un producto que es objeto de transacción", ha hecho que las matemáticas financieras deriven en una sofisticada ramificación de las matemáticas aplicadas incluyendo la teoría de procesos estocásticos y el cálculo estocástico. Los mercados financieros internacionales son “lugares muy peligrosos o rentables” en los cuales operar es algo bastante mas sofisticado que tener “olfato para los negocios” y tras de ellos se han constituido muchísimas firmas de especialistas en matemáticas financieras, altamente remunerados, cuya tarea es construir y/o aplicar modelos que permitan moverse de manera rentable y segura dentro de este universo financiero. Algunas de las herramientas de cálculo estocástico aplicables a las finanzas, son derivadas de la Física y en efecto muchos físicos de formación han encontrado en el mundo de las finanzas un campo importante de desarrollo profesional. Una vez mas las matemáticas han servido para trazar puentes entre disciplinas aparentemente inconexas.

Los computadores son una maquina que se vale de la electrónica para implementar una lógica y una aritmética muy simple. Alan Turing , matemático ingles, demostró en los años 40, que una maquina dotada de capacidades secuenciales de naturaleza lógico-aritméticas , podía resolver una gama muy grande de “problemas” . A esa maquina en “estado conceptual” se le llamó “maquina de Turing”. Los computadores que hoy conocemos no son mas que implementaciones electrónicas de la maquina de Turing. La elevada capacidad de hacer operaciones lógico-aritméticas sencillas, en lo que llamamos un algoritmo, es un triunfo de la electrónica y su mayor dividendo son los computadores. Esta mezcla de electrónica refinada y “maquinas de Turing”, a lo cual hoy llamamos Informática, permite desde los previsibles cálculos de ingeniería y ciencias hasta el Internet, entendiendo este ultimo como el recurso mas poderoso de comunicación y acceso a información concebido por el hombre.

La relación de la informática con las matemáticas ha sido de doble vía. La segunda posibilita conceptualmente a la primera, en el sentido de la maquina de Turing; pero los computadores, como ya hemos mencionado han permitido que un rango mas amplio de modelos matemáticos puedan aplicarse a la Ciencias, la Tecnología y la Economía entre otras. En últimas, gracias a los computadores un rango más amplio de las matemáticas resultan útiles en un rango más amplio de posibilidades.

El manejo de grandes volúmenes de información es una de las características de la Ciencia y Tecnología moderna y los computadores son la herramienta básica para el logro de dicho manejo. Sin embargo dicho manejo normalmente va acompañado de modelos matemáticos que permiten una operación eficiente. Podemos dar por lo menos dos ejemplos muy significativos del uso masivo de información para satisfacer una necesidad científica o tecnológica. El primero son las imágenes digitales y el segundo los procesos de secuenciación del ADN.

Las imágenes normales que nuestro ojo detecta son percibidas como un continuo de rayos de luz de diversas frecuencias e intensidades procedentes de diversas posiciones en el espacio. El resultado es que nuestro cerebro compone una imagen correspondiente a dicha información. Los computadores han cambiado ese concepto de imagen por una suma finita de pequeñas piezas de información de posición, color e intensidad, llamadas Pixeles. Los pixeles que el computador manipula y almacena también los puede representar en una pantalla digital. El agregado de un altísimo número de pixeles es una imagen digital y si dichos pixeles pueden cambiar color e intensidad con el tiempo, tendremos una imagen en movimiento. El resultado es lo que hoy conocemos como fotografía digital, cine y video digital. Pero también son imágenes digitales las que resultan de los procesos de tomografía, resonancia magnética o ecografía. La información que estos aparatos capturan del cuerpo humano son transmitidas a un computador que finalmente la organiza para producir una imagen medica con altísimo valor diagnostico. Estas imágenes representadas por pixeles pueden ser transmitidas o almacenadas por cualquier mecanismo que transporte o almacene información digital, incluido el Internet, memorias magnéticas o discos.

Sin embargo este gigantesco paquete de información que hay detrás de una imagen o un video digital, requiere algoritmos óptimos de almacenamiento, manipulación, composición, filtrado y transmisión de datos. Estos algoritmos inevitablemente se han construido sobre la base de modelos matemáticos de manipulación de información digital, lo cual ha dado un impulso renovado a diversas áreas de las matemáticas discretas, como la teoría de grafos, estructura de datos, teoría combinatoria y geometría computacional.

Pero los grandes volúmenes de información también se han hecho presentes en la biología fundamental, como consecuencia del descubrimiento de la estructura molecular subyacente en la “vida”. La biología molecular con toda la carga de información que introdujo el descubrimiento del ADN y su rol en la genética de la vida, ha dado paso a la necesidad de manipular, organizar, almacenar las llamadas secuenciaciones del ADN de las diversas formas de la vida. Palabras inmensas escritas con 4 letras, las del ADN, estarían en la base del conocimiento mas preciso que podamos alcanzar de aquello que llamamos vida. De manera independiente al desarrollo de la biología molecular, se ha desarrollado una importante rama de las matemáticas llamada Teoría Combinatoria, la cual estudia procesos de conteo, orden y combinación de objetos matemáticos, particularmente finitos en número. Pues bien la Teoría Combinatoria hoy se convierte en herramienta indispensable en el estudio de la biología molecular en particular de la Genómica. Hasta ahora empieza la relación entre matemáticas y biología fundamental. Muy seguramente crecerá como lo ha hecho con las otras Ciencias Naturales, hasta convertirse en parte del lenguaje intrínseco de esta ciencia.

No sabemos que otros terrenos del accionar y del saber humano serán acompañados por las matemáticas como lenguaje natural: Conocimiento en el fondo es información acompañada de estructura y las matemáticas han demostrado ser una herramienta formidable para entender la estructura subyacente de muchos y muy ricos conjuntos de información que se dan en la naturaleza, en nuestras organizaciones sociales y en todo nuestro acervo tecnológico.

Eugene Wigner, Premio Nobel de Física 1963 , termina su ensayo titulado “The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences” con estas palabras :”…Lo adecuado que resulta el lenguaje de las matemáticas para la formulación de leyes físicas es un regalo maravilloso que no entendemos ni merecemos. Debemos estar agradecidos por ello y tenemos la esperanza de que sea igualmente valido en la investigación futura, ojala extendiéndose - para bien o para mal y.para nuestro placer pero también para nuestra sorpresa- a otras áreas del conocimiento.