

# **Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas**

---

## **Conversatorio**

Una vez terminadas las conferencias plenarias tuvo lugar el conversatorio, espacio en el que los expertos invitados respondieron las preguntas de los asistentes.

En la mesa de expertos se encontraban: Jean Marie Laborde, Colette Laborde, Luis Moreno Armella, Carlos Eduardo Vasco Uribe y Martín Eduardo Acosta Gemepeler.

Pregunta 1:

Se tiene un medio dinámico que agiliza los procesos de conceptualización. Esta herramienta debe revalorar la forma en que los docentes evalúan al alumno. ¿Qué trabajos se tienen al respecto?

Responde Collete Laborde

No sé exactamente cuál sea el significado de evaluar al alumno en la pregunta, sin embargo podría decir que evaluar quiere decir saber cuál ha sido el avance en su aprendizaje. En los colegios donde se ha utilizado Cabri, los profesores analizan cómo los alumnos trabajan en una geometría más tradicional. Por ejemplo, cuando quieren elaborar una demostración aún por fuera de Cabri Géomètre, se apropian de la idea de movimiento y son capaces de imaginar, de concebir o pensar el movimiento, aún después, cuando trabajan con papel y lápiz. Esto es para ellos un medio de control que puede ser muy importante, un medio para fortalecer o despertar su imaginación. Aquí volvemos a encontrar la idea que presentó esta mañana Luis Moreno sobre la mediación instrumental pues una herramienta como Cabri Géomètre es una herramienta mediadora. Los alumnos pueden utilizar lo que aprendieron de la herramienta sin tenerla necesariamente en el momento de solucionar un problema geométrico.

Desde hace dos años trabajamos en la idea de co -variación, de la que habló Carlos Vasco en su conferencia, y en presentar la idea de función como una idea de co -variación, empezando precisamente por representaciones geométricas en Cabri. Lo que nos parece muy interesante es que la idea de variable dependiente e independiente se aprende muy rápidamente, gracias precisamente a los objetos de Cabri Géomètre. Tenemos una secuencia de 10 sesiones para presentar la idea de función numérica a los alumnos, en la que empezamos por funciones geométricas, y utilizamos los gráficos que tienen un sentido de trayectoria, que permite presentar la co -variación de dos variables. Hicimos esta secuencia en una escuela en Grenoble entre octubre y diciembre. Al final de diciembre hubo un examen para todos los alumnos del mismo nivel en este liceo, incluyendo el curso en donde se habían estudiado las funciones en una forma diferente. La profesora de esta clase estaba muy preocupada porque al momento de presentar el examen ella no había empezado aún con su curso clásico sobre las gráficas de función. Los alumnos llegaron al examen sin haber estudiado las funciones como se presentan normalmente, pero en la parte que se refería a las funciones, los alumnos de su curso tuvieron cuatro puntos más en promedio que los alumnos de los otros cursos, lo que establece una diferencia bastante importante. Gracias a las nuevas tecnologías y, gracias a la geometría dinámica sobre todo, se da la oportunidad a los alumnos de acceder a nociones que de otra manera podrían ser difíciles de aprender.

Pregunta 2:

¿Cómo se modifica el currículo de matemáticas al disponer de herramientas computacionales?

Responde Luis Moreno

## **Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas**

---

Yo entiendo el problema sobre la modificación del currículo en presencia de las tecnologías computacionales en términos del rediseño curricular. Desde luego, esto no es posible de manera instantánea, yo creo que es un proceso relativamente lento y quizás el principal elemento dinamizador consiste en lo siguiente: una vez que hay una tecnología, como la tecnología computacional, que está parcialmente presente en las estructuras curriculares, esa presencia va a erosionar, de alguna manera, el currículo que uno ya tiene, es decir, puede ir haciendo que ciertos puntos del currículo empiecen a ser menos pertinentes que lo que eran cuando las actividades estaban organizadas alrededor de la tecnología de papel y lápiz. La pertinencia de los temas y la pertinencia de las habilidades van cambiando en términos de los instrumentos de mediación que uno tenga a su disposición. Ese es, en términos generales, lo que me parece que puede cambiar.

Una estructura curricular comporta toda una concepción de lo que es la matemática, de lo que es la enseñanza, el aprendizaje de la matemática, de la pertinencia de ese aprendizaje y de esa enseñanza. Es decir, un currículo es una gran labor de diseño. Quizá la labor principal de ese diseño sea la construcción de entornos de aprendizaje de ese estudiante.

Dentro de esas modificaciones habrá que tener en cuenta que una tecnología nueva, como la tecnología computacional, induce nuevos procesos de reconceptualización de muchas de las ideas matemáticas. En ese sentido también se modifica la pertinencia de los temas que articulan el currículo, al modificar las piezas conceptuales básicas. Cambian, también, desde luego, las estrategias de resolución de problemas.

En la última oportunidad que tuve de hablar con el profesor Federicci, lo recordé en la conferencia de Carlos, me decía que le ayudara a que en el ICFES dejaran que los estudiantes utilizaran la calculadora en el examen. El argumento principal que el daba a los responsables del examen de estado era que si un problema, por el hecho de utilizar calculadora dejaba de ser problema, era que desde el comienzo no era un problema. Era otra cosa.

Desde el punto de vista del desempeño de los estudiantes, de la apropiación de nuevas conceptualizaciones, habrá de tomar en cuenta el desarrollo de lo que yo llamo fluidez algorítmica y fluidez conceptual, es decir, la manera en que los estudiantes puedan articular sus estrategias de solución de problemas y la manera como hacen participar integralmente los nuevos instrumentos tecnológicos dentro de los procesos y estrategias de trabajo. Tengo la impresión de que un proceso de cambio curricular se puede articular alrededor de estas consideraciones, pero teniendo siempre en cuenta que el trabajo fundamental de un currículo es el diseño de entornos de aprendizaje para los estudiantes.

Pregunta 3:

¿Cómo nació Cabri y por qué siempre está enfocado hacia la geometría?

Responde Jean Marie Laborde

Muchas gracias por la pregunta. Hoy, en el año 2002, nos encontramos a tres años del vigésimo aniversario de la iniciación de Cabri. El proyecto Cabri nació de la idea de un numeroso grupo de investigadores en matemáticas y en teoría de grafos, de los que yo hacía parte. Entre 1980 y 1981 comenzó la era de los computadores que permitían tener una pantalla gráfica, aunque aún conectada con un enorme computador, era una máquina que de APPLE en donde había lo que sería la interfaz de Macintosh. Fue bastante interesante para nosotros ver representaciones de objetos matemáticos y poder, no solamente dibujar, sino hacer conjeturas con la ayuda del computador. A partir de este proyecto se inició Cabri, que quiere decir cuaderno de borrador interactivo. CA por cahier (cuaderno), BR por brouillon (borrador), I por interactivo. La idea era diseñar un programa en donde fuera posible

## **Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas**

---

interactuar directamente con los objetos matemáticos en la superficie de una pantalla. El grupo decidió entonces hacer un Cabri con interfaz de manipulación directa.

Como en los laboratorios de investigación fundamental era difícil obtener medios para adquirir los computadores, aceptamos una oferta de APPLE, quien decidió ayudarnos si le mandábamos un proyecto de investigación para la realización de un software para la nueva máquina, es decir el Macintosh. En ese momento, 1985, Macintosh ya existía y con suerte sería posible tener una o dos máquinas adicionales gratis.

Por otro lado yo siempre estuve muy influenciado por la geometría y esta hace parte de mi esquema mental. Cuando reflexiono sobre ello creo que todos los esquemas mentales que provienen de la geometría me ayudan muchísimo, por eso me parecía una lástima que no tuviéramos herramientas para cambiar, por ejemplo, la forma de los triángulos. Entonces pensé si sería algo que talvez pudiera interesar a APPLE. Enviamos la propuesta a APPLE que la aceptó y recibimos por lo tanto dos computadores Mac Plus gratis.

Hay que añadir que en ese momento el proyecto de investigación era casi clandestino porque en la universidad no era muy presentable para los investigadores en matemáticas o en informática, decir que se trabajaba en cosas como la geometría elemental para la enseñanza secundaria. El proyecto estaba oculto y era imposible imaginar el desarrollo que tuvo. Finalmente, el lanzamiento de Cabri para la enseñanza de la geometría se hizo hacia 1985.

Otra fecha muy importante para nosotros fue cuando Texas Instruments escogió, entre numerosas posibilidades que hubiera podido elegir, nuestro programa de geometría para incorporarlo, por primera vez en la historia, a una calculadora. Fue muy importante porque finalmente nuestro país le dio gran credibilidad al proyecto de investigación que hasta ese momento estaba oculto y yo no me atrevía a mostrárselo a mis colegas. Para nosotros, entonces, la aventura con la TI92 fue muy importante.

El primer Cabri Géomètre era de geometría euclidiana pura. No había medidas, no había medidas de ángulos, no se podía hacer la trisección de un ángulo,... La evolución hacia el Cabri II fue precisamente reconciliar los aspectos numéricos de la matemática con ciertos aspectos geométricos. Y el siguiente Cabri, en el que estamos trabajando, que se va a llamar Cabri 3 pretende hacer un desarrollo de matemáticas dinámicas. Va a incluir todos los aspectos de la matemática para la modelación, el cálculo, el cálculo informal, la manipulación simbólica,... pero en el mismo espíritu de manipulación directa, interacción tan transparente como sea posible, pues la transparencia tiene también sus límites, como la abstracción en matemáticas. Será realmente un cuaderno de borrador informático, como dijo el profesor Vasco, que el próximo Cabri será realmente el primer verdadero Cabri.

Pregunta 4:

¿Cómo se articula el Proyecto de Incorporación de Tecnologías Computacionales del Ministerio de Educación Nacional con el Proyecto de Enseñanza para la Comprensión de la Universidad de Harvard?

Responde Carlos Vasco

Lo primero que hay que recordar es que el proyecto de enseñanza para la comprensión es apenas uno de los muchos proyectos del mal llamado proyecto Zero de Harvard. El proyecto Zero no es un proyecto que comienza en cero, sino más bien, lo que en Colombia llamaríamos un centro con muchos grupos de investigación y varios proyectos por grupo. El proyecto de enseñanza para la comprensión empezó con la enseñanza de la historia y de las ciencias naturales. Después se pasó también a la enseñanza del inglés para los niños de habla

## **Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas**

---

inglesa y después también para la enseñanza de las matemáticas. En ese momento fue cuando yo empecé a trabajar en la enseñanza de las matemáticas para la comprensión.

La propuesta de pedagogías de la comprensión contempla que para diseñar cualquier actividad de aula, se debe pensar desde cuatro puntos de vista:

- a. ¿Cuál es el tópico que le va a generar entusiasmo o interés al joven?
- b. ¿Cuál es la meta de comprensión? Es fácil redactar objetivos, por ejemplo, resolver la ecuación cuadrática. Pero al preguntarle a los profesores de matemática ¿cuál es la meta de comprensión? ¿qué es lo que hay que comprender a fondo de la ecuación cuadrática? Ahí se quedan varados. Es muy difícil pasar de los objetivos específicos en pos de una actividad, a la identificación de la meta de comprensión a mediano y largo plazo.
- c. ¿Cuáles son los desempeños de comprensión? Después de definir las metas hay que hacer un diseño, no de tareas, ni de problemas, ni de ejercicios, sino de lo que se llama desempeños de comprensión. ¿Qué es lo que va a hacer el alumno, que me muestre a mí como profesor, que ha comprendido las cosas?
- d. ¿Cómo va ser la evaluación? En este aspecto conviene recordar que la evaluación debe ser naturalista, continuada, de observación, de ver cómo va progresando el alumno, para lo cual se presta mucho la tecnología.

Por lo tanto, la pedagogía para la comprensión se puede utilizar también muy fuertemente con las actividades apoyadas en una tecnología electrónica, sea calculadora ordinaria, calculadora con 65 funciones o computador.

Otro aspecto que tiene que ver con las pedagogías para la comprensión es que se piensa que comprender no es una cosa fácil que se logra o no se logra, sino que es un proceso muy largo que tiene por lo menos cuatro dimensiones:

- Dimensión conceptual. Hablamos de comprender desde el punto de vista de organizar una red conceptual, no solamente de acceder a un concepto sin ubicarlo en una red.
- Dimensión de comunicación. Mientras más medios de comunicación pueda utilizar el joven para expresar lo que está pasando, va a comprender más.
- Dimensión de la praxis. ¿Qué relación tienen los conceptos con la praxis real cotidiana del joven, de la comunidad, del comercio, de la fábrica, de las noticias, etc? Para eso la modelación matemática es bien importante.
- Dimensión de metodológica. No solo es importante comprender los conceptos, sino saber hacer de manera comprensiva lo que se está haciendo.

Ustedes pueden ver que las cuatro dimensiones de la comprensión también encajan perfectamente para diseñar cualquier actividad apoyada con computadores. No hay pues dos alternativas, sino un punto de vista adicional para planear una buena actividad con la calculadora o la computadora.

Pregunta 5:

Al trabajar la geometría en forma dinámica, ¿en qué momento debe acudirse a la formalización?

## **Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas**

---

Responde Martín Acosta

Trabajar en geometría es, sobre todo, darle acceso a los alumnos al mundo teórico de la matemática. Pasar de una experiencia únicamente intuitiva a una experiencia de explicación teórica. Si no logramos esto, nos quedaríamos solamente en lo que podemos ver o intuir y eso no sería ni hacer matemáticas, ni hacer geometría. Como vimos en las conferencias de Luis Moreno y Jean Marie Laborde, si entendemos la formalización como la estructura axiomático deductiva de la geometría, obviamente esa no puede ser la puerta de entrada para acceder a este dominio matemático. Al contrario, ese es el final del proceso y la formalización sería nuestro objetivo final. Por supuesto que tendríamos que comenzar por los aspectos intuitivos de la geometría. Es un camino muy largo que se debe hacer paso a paso y no puedo dar una respuesta concreta y decir que la formalización es en tal momento o tal otro; es un proceso gradual que debe acompañar también el crecimiento y el desarrollo cognitivo de los estudiantes a través de su escolaridad. Pero en todo momento debe haber esa mirada del profesor de darle acceso al alumno a la teoría.

Por ejemplo, una de las cosas que pienso que se debe hacer desde el comienzo, cuando se utiliza un medio como Cabri Géomètre, es hablar en términos de geometría; no decir oprimir F1 y seleccionar la opción 4, sino decir trazar una recta paralela a otra, por un punto. Ese ya es un camino para acceder al lenguaje formal, a la formalización.

Otro camino importante es comenzar a cuestionar las intuiciones visuales sobre lo que vemos en la pantalla. ¿Qué tanto nivel de rigurosidad hay sobre esa evidencia que vemos?, ¿qué tanto podemos cuestionar esa evidencia y cómo logramos verificar la información que pensamos que es cierta? Si yo pienso que el triángulo que estoy viendo en la pantalla es equilátero simplemente porque su apariencia es esa, esto no es un argumento suficientemente riguroso desde el punto de vista matemático. Un primer nivel de validación consiste en arrastrar el triángulo para ver si se deforma al arrastre. Otro nivel es medir los ángulos. Pero existen otras formas de verificación que nos van introduciendo nuevamente a un enfoque mucho más formal que podría terminar en un esquema de una teoría axiomático deductiva.

Pregunta 6:

Los niños llegan a grado 6° con edades entre los 9 y los 11 años. ¿Cuáles pueden ser las estrategias para iniciar el trabajo con Cabri Géomètre?

Responde Colette Laborde

En Francia ya hemos realizado experimentos con Cabri Géomètre a nivel de la escuela primaria, con niños menores de 9 años. Podemos afirmar que Cabri sigue siendo una herramienta que encontramos muy interesante para trabajar con niños en el reconocimiento de objetos geométricos con representaciones diferentes. Por ejemplo, ustedes saben que los niños no reconocen un cuadrado a menos que se les presente en posición estándar. En ese caso Cabri se puede utilizar con los niños más pequeños precisamente para permitirles, gracias a la facilidad de desplazamiento, reconocer el mismo objeto geométrico en diferentes posiciones. Esa es una primera utilización.

La segunda utilización sería el trabajo con figuras. Ustedes saben que es difícil para los alumnos imaginar cómo agregar un segmento o una recta sobre una figura. Sin embargo, es una actividad muy importante para hacer demostraciones, porque muchas veces se necesita agregar objetos a un dibujo. Con Cabri Géomètre podemos permitir a los alumnos agregar objetos a un dibujo o, por el contrario, esconder otros para encontrar una sub-configuración interesante.

## **Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas**

---

Un tercer aspecto, es que para los alumnos que empiezan a estudiar geometría hay solamente hechos: este cuadrilátero tiene cuatro lados, tiene cuatro ángulos rectos, sus lados son equivalentes,... pero los hechos no están unidos entre sí. Así como en la naturaleza tenemos enunciados descriptivos sin relación entre sí. Pero la matemática se funda precisamente en las relaciones entre proposiciones y particularmente en el establecimiento de implicaciones. Esto es algo que es muy difícil de comprender para los alumnos. Con Cabri Géomètre, incluso antes de comenzar la demostración, se permite el acercamiento a esta noción de implicación. Particularmente, por ejemplo, como lo mostré con el ejercicio del paralelogramo, cuando redefinimos un lado del paralelogramo para tener un ángulo recto, los otros tres ángulos también resultan rectos. Entonces Cabri Géomètre nos permite acceder a la noción de implicación con esta idea de causa-efecto. Y esto es un primer abordaje.

En ese mismo orden de ideas les solicitamos a los niños de primaria que construyan objetos imposibles. ¿Qué quiero decir con esto? Les pedimos por ejemplo que construyan un cuadrilátero con exactamente tres ángulos rectos. Les damos esta tarea primero con lápiz y papel y los niños pueden efectivamente trazar su cuadrilátero con tres ángulos rectos porque para el último hacen una pequeña trampa. Por ejemplo hacen un lado muy pequeñito, un pentágono pero con un lado muy, muy pequeñito, que requiere un vértice redondeado. Y el profesor tiene muchísimas dificultades para explicarles que esto no funciona así, que ellos no respondieron realmente la pregunta que les había planteado. En cambio, cuando trabajan con Cabri Géomètre, cuando se plantea esta pregunta, una vez contruidos los tres primeros ángulos rectos, el cuarto ángulo es recto y no hay nada que hacer. Así movamos o desplazemos la figura hay un sentimiento muy fuerte pues cuando uno tiene tres ángulos rectos pues no puede hacer nada más. Hay algo que se impone y es que el cuarto ángulo también es recto.

Pregunta 7:

¿Cómo distribuir el tiempo de la clase de matemáticas para enseñar a usar las herramientas y para enseñar matemáticas con ellas?

Responde Luis Moreno

Yo creo que esa pregunta hay que abordarla desde el esquema de la conferencia de la mañana cuando hablaba del proceso de génesis instrumental de una herramienta. Creo que hay que enmarcarla dentro de ese paso, es decir, del uso de la tecnología computacional, en este caso de las calculadoras, como una herramienta, como una prótesis, hasta el momento en que esta herramienta se incorpora al proceso de pensar matemáticamente. Retomando un poco la pregunta que respondí anteriormente, creo que esto sería también un objetivo curricular importante. No solamente alcanzar niveles de conocimiento matemático, sino niveles de desempeño matemático, como pensar matemáticamente. Desde esa perspectiva, no creo que haya que separar el aprendizaje de la manipulación de la máquina, del aprendizaje de la matemática. Sería, exagerando un poco, como hacer un curso en el uso del martillo y ser muy diestro en clavar clavos, sin estar trabajando en una carpintería. La habilidad debe quedar articulada con metas, propósitos y dentro de un plan de desarrollo.

Creo que hay que lograr una articulación de los dos, de estas dos perspectivas, del momento del aprendizaje instrumental y del momento del aprendizaje de las matemáticas. Son procesos co-extensivos, es decir, deben generar sinergia del uno con el otro, y en ese sentido estamos favoreciendo el uso de ese proceso de instrumentación de la herramienta.

Pregunta 8:

## **Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas**

---

¿El programa Cabri y las calculadoras pueden, además de trabajar la geometría plana y todas sus innumerables aplicaciones, trabajar en tres dimensiones, sólidos y vectores?

Responde Jean Marie Laborde

Gracias por la pregunta. Creo que voy a responder en dos niveles. Un primer nivel sería teórico y diré que hacer geometría en el espacio se refiere a geometría en tres dimensiones, gracias a representaciones que tradicionalmente hemos hecho en un papel o en un libro. De hecho, estas son representaciones en perspectiva de la realidad del espacio, entonces como estas representaciones son en sí mismas figuras geométricas, y como Cabri puede hacer figuras geométricas, por consiguiente se podrá hacer geometría en el espacio con el programa Cabri.

Conceptualmente la afirmación es cierta. Se puede hacer geometría en tres dimensiones vista en perspectiva y esta es una actividad muy interesante. Tomar por ejemplo formas relativamente sencillas como un cubo y analizar cómo es su comportamiento o cómo se puede construir la perspectiva de un cubo sobre la pantalla de un computador. Aquí en los talleres yo pude observar que muchos de ustedes utilizan este enfoque de aplicar la geometría en el espacio, utilizando la TI92. Vi representaciones impresionantes de objetos tridimensionales en perspectiva.

Se puede modelar también otro tipo de perspectiva, como la perspectiva cónica y ese es otro campo de trabajo, ver las diferencias, ventajas o inconvenientes de estos tipos de representación. También se puede, por ejemplo, descubrir que la representación usual que uno ve en todos los libros de geometría de un círculo en perspectiva, en general, es errónea ya que la elipse que se representa en los libros usualmente tiene sus ejes horizontal y vertical, mientras que si se hace la representación en cualquier perspectiva de tipo cónica u otra, el eje debe ser inclinado, lo que llama un poco la atención.

Hay muchas personas que trabajan tres dimensiones con Cabri. Incluso hay escuelas de ingenieros que utilizan el Cabri para introducir a sus estudiantes a los programas especializados en tres dimensiones como Autocad. Estos son programas relativamente complejos ya que no tienen manipulación directa y los conceptos matemáticos subyacentes no son muy visibles o evidentes. Entonces es interesante introducir este tipo de conceptos de representación en tres dimensiones en los programas profesionales con herramientas de manipulación directa como Cabri.

Obviamente sería diferente tener un verdadero programa con tres dimensiones con relación al Cabri, ¿cuál sería la diferencia? Este sería un programa que “conoce” relaciones geométricas espaciales. Por ejemplo, si queremos hacer un cono construimos una elipse y un par de líneas. Esta es una representación muy bonita. Luego queremos intersectar un plano y para representar la situación vamos a querer tener la intersección del cono con un paralelogramo. Pero Cabri 2D no la puede hacer porque no hay comandos de intersección de este objeto cónico con este objeto plano. Un verdadero Cabri 3D tendría objetos de tres dimensiones como tenemos objetos en dos dimensiones en el Cabri actual. Así como tenemos polígonos, círculos, cónicas,... en Cabri 3D tendríamos esferas, cilindros, ... Ya hemos empezado a desarrollar este programa desde hace varios años en Grenoble y ya presentamos un prototipo en Montreal en enero pasado. En el próximo encuentro internacional en Chile (en este año) presentaré la continuación de este trabajo. La versión 3D de Cabri estará prácticamente lista.

Pregunta 9:

Usted nos advirtió sobre el peligro del exagerado entusiasmo con la tecnología informática presentando para ello la existencia de algunas paradojas. ¿Es el mismo peligro referido al

## **Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas**

---

sistema de representación del cálculo y la existencia de las hoy aún vigentes paradojas de Zenón? Si no es así ¿en qué se diferencian?

Responde Carlos Vasco

La idea base es la misma. La mente empieza unos procesos recursivos, reiterativos y uno se pierde cuando echa a andar ese modelo. Me gustó haber puesto la paradoja de Zenon. Si usted pone al alumno a modelar el recorrido de un auto, y que deje una marca cuando pasa por la mitad del camino, después por la cuarta parte, luego por la mitad del restante, etc., pues evidentemente aunque solo se demore una millonésima de segundo en hacer la marca, nunca llegará al otro extremo de la pantalla. ¿Cuáles son las nuevas paradojas que permiten las tecnologías?, ¿cuáles son las que aparecen, que se deben precisamente a las nuevas tecnologías? Es esa la investigación interesante que se debe hacer. Todas las paradojas tradicionales del cálculo tienen que ver con un proceso interactivo de límite. Pero la tecnología, por un lado, permite programar actividades en donde sean más impactantes las paradojas tradicionales y, por otro, permite generar otras nuevas que no se deben a la parte matemática del cálculo, se deben precisamente a las limitaciones de las gráficas en computación. Ustedes deben recordar que en la pantalla lo que aparece como un continuo tiene una resolución de, por decir algo, 1024 cuadritos y cada uno de ellos tiene un área y entre uno y otro no hay nada. Hay que pensar más bien en redes de puntos, en este caso, puntos cuadrados y gruesos, que en un continuo, y ahí el profesor que comprende a fondo la matemática y comprende las limitaciones de la tecnología puede plantear paradojas nuevas que no aparecen en el cálculo tradicional.

---